

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования



**Пермский национальный исследовательский
политехнический университет**

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной
деятельности

 А.Б. Петроченков

« 18 » июля 20 23 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина: Математическая логика и теория алгоритмов
(наименование)

Форма обучения: очная
(очная/очно-заочная/заочная)

Уровень высшего образования: бакалавриат
(бакалавриат/специалитет/магистратура)

Общая трудоёмкость: 180 (5)
(часы (ЗЕ))

Направление подготовки: 09.03.02 Информационные системы и технологии
(код и наименование направления)

Направленность: Информационные системы и технологии (общий профиль,
СУОС)
(наименование образовательной программы)

1. Общие положения

1.1. Цели и задачи дисциплины

Приобретение систематических знаний в области математической логики и теории алгоритмов, культуры логического и алгоритмического мышления, умений эффективного применения формально-логических методов и средств познания, овладение методами формализации знаний.

1.2. Изучаемые объекты дисциплины

- множества и отображения,
- формальные логико-математические языки,
- алгоритмы и модели их реализации,
- вычислимые функции.

1.3. Входные требования

Не предусмотрены

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индекс индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (знать, уметь, владеть)	Индикатор достижения компетенции, с которым соотнесены планируемые результаты обучения	Средства оценки
ОПК-6	ИД-1ОПК-6	Знать основы современной математической теории разработки информационных технологий	Знает методы, технологии и инструментальные средства для разработки алгоритмов и программ	Дифференцированный зачет
ОПК-6	ИД-2ОПК-6	Уметь ставить алгоритмическую задачу и эффективно определять выполнение требований, необходимые для ее решения	Умеет определять требования к алгоритмам и программам, которые необходимы для эффективного решения задач в области информационных систем и технологий	Индивидуальное задание
ОПК-6	ИД-3ОПК-6	Владеть навыками математической постановки алгоритмически разрешимых задач, соответствующих актуальным требованиям в области информационных систем и технологий	Владеет навыками разработки алгоритмов и программ, пригодных для практического применения в области информационных систем и технологий	Кейс-задача

3. Объем и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Распределение по семестрам в часах	
		Номер семестра	
		1	
1. Проведение учебных занятий (включая проведение текущего контроля успеваемости) в форме:	80	80	
1.1. Контактная аудиторная работа, из них:			
- лекции (Л)	32	32	
- лабораторные работы (ЛР)			
- практические занятия, семинары и (или) другие виды занятий семинарского типа (ПЗ)	44	44	
- контроль самостоятельной работы (КСР)	4	4	
- контрольная работа			
1.2. Самостоятельная работа студентов (СРС)	100	100	
2. Промежуточная аттестация			
Экзамен			
Дифференцированный зачет	9	9	
Зачет			
Курсовой проект (КП)			
Курсовая работа (КР)			
Общая трудоемкость дисциплины	180	180	

4. Содержание дисциплины

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
1-й семестр				
Элементы дискретной математики	12	0	16	30
Тема 1. Перечислительная комбинаторика. Правила суммы и произведения. Перестановки, размещения, сочетания. Способы выбора k предметов из n данных. Тема 2. Метод математической индукции. Тема 3. Арифметика целых чисел. Деление с остатком. Простые и составные числа. Алгоритм Эвклида. Основная теорема арифметики. Тема 4. Множества и отображения. Пересечение, объединение, разность и дополнение множеств. Декартово произведение множеств. Отображения и графики				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
Иерархия множеств	8	0	12	30
Тема 5. Эквивалентные множества. Взаимно однозначное соответствие. Конечные и бесконечные множества. Тема 6. Счётные и несчётные множества. Диагональный метод Кантора. Тема 7. Мощность множества. Теорема Кантора - Бернштейна и иерархия мощностей. О проблеме континуума, парадоксах, аксиоматической теории множеств и основаниях математики.				
Начала теории алгоритмов	12	0	16	40
Тема 8. Алгоритмически разрешимые и неразрешимые задачи. Машина Тьюринга. Другие формальные определения алгоритма (рекурсивные функции, нормальные алгорифмы) и тезис Чёрча – Тьюринга. Тема 9. Вычислимые функции. Перечислимые и разрешимые множества. Теорема Поста. Области определения и значений вычислимых функций. Тема 10. Универсальные вычислимые функции. Диагональная функция. Перечислимое, но не разрешимое множество. Невычислимая функция. Тема 11. Главные (гёделевы) нумерации. Теорема Райса – Успенского. Теорема Клини о неподвижной точке.				
ИТОГО по 1-му семестру	32	0	44	100
ИТОГО по дисциплине	32	0	44	100

Тематика примерных практических занятий

№ п.п.	Наименование темы практического (семинарского) занятия
1	Комбинаторные задачи
2	Метод математической индукции
3	Делимость целых чисел. Основная теорема арифметики.
4	Делимость целых чисел. Остатки и сравнения по модулю.
5	Множества и отображения.
6	Счётные множества.
7	Несчётные множества. Диагональный метод Кантора. Мощность множества, иерархия мощностей.
8	Конструирование машин Тьюринга.
9	Вычислимые функции. Перечислимые и разрешимые множества.

№ п.п.	Наименование темы практического (семинарского) занятия
10	Универсальная и диагональная функции.
11	Теория нумераций. Использование теоремы Райса-Успенского.

5. Организационно-педагогические условия

5.1. Образовательные технологии, используемые для формирования компетенций

Проведение лекционных занятий по дисциплине основывается на активном методе обучения, при котором учащиеся не пассивные слушатели, а активные участники занятия, отвечающие на вопросы преподавателя. Вопросы преподавателя нацелены на активизацию процессов усвоения материала, а также на развитие логического мышления. Преподаватель заранее намечает список вопросов, стимулирующих ассоциативное мышление и установление связей с ранее освоенным материалом.

Практические занятия проводятся на основе реализации метода обучения действием: определяются проблемные области, формируются группы. При проведении практических занятий преследуются следующие цели: применение знаний отдельных дисциплин и креативных методов для решения проблем и принятия решений; отработка у обучающихся навыков командной работы, межличностных коммуникаций и развитие лидерских качеств; закрепление основ теоретических знаний.

5.2. Методические указания для обучающихся по изучению дисциплины

При изучении дисциплины обучающимся целесообразно выполнять следующие рекомендации:

1. Изучение учебной дисциплины должно вестись систематически.
2. После изучения какого-либо раздела по учебнику или конспектным материалам рекомендуется по памяти воспроизвести основные термины, определения, понятия раздела.
3. Особое внимание следует уделить выполнению отчетов по практическим занятиям, лабораторным работам и индивидуальным комплексным заданиям на самостоятельную работу.
4. Вся тематика вопросов, изучаемых самостоятельно, задается на лекциях преподавателем. Им же даются источники (в первую очередь вновь изданные в периодической научной литературе) для более детального понимания вопросов, озвученных на лекции.

6. Перечень учебно-методического и информационного обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Печатная учебно-методическая литература

№ п/п	Библиографическое описание (автор, заглавие, вид издания, место, издательство, год издания, количество страниц)	Количество экземпляров в библиотеке
1. Основная литература		
1	Игошин В. И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов : учебное пособие для вузов. 3-е изд., стер. Москва : Академия, 2007. 303 с.	28
2	Игошин В. И. Математическая логика и теория алгоритмов : учебное пособие для вузов. 2-е изд., стер. Москва : Академия, 2008. 447 с.	28

3	Шевелёв Ю. П., Писаренко Л. А., Шевелёв М. Ю. Сборник задач по дискретной математике (для практических занятий в группах) : учебное пособие для вузов. Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2013. 523 с. 42,90 усл. печ. л.	37
2. Дополнительная литература		
2.1. Учебные и научные издания		
1	Колмогоров А. Н., Драгагин А. Г. Математическая логика : учебное пособие для вузов. Москва : Изд-во УРСС, 2004. 238 с.	5
2	Лавров И.А., Максимова Л.Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. 5-е изд., испр. М. : Физматлит, 2003. 255 с.	9
3	Чудинов К. М. Математическая логика и теория алгоритмов. Логика предикатов : учебное пособие. Пермь : Изд-во ПГТУ, 2010. 72 с.	36
2.2. Периодические издания		
	Не используется	
2.3. Нормативно-технические издания		
	Не используется	
3. Методические указания для студентов по освоению дисциплины		
	Не используется	
4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студента		
	Не используется	

6.2. Электронная учебно-методическая литература

Вид литературы	Наименование разработки	Ссылка на информационный ресурс	Доступность (сеть Интернет / локальная сеть; авторизованный / свободный доступ)
Дополнительная литература	Верещагин Н. К. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 1. Начала теории множеств. Учебное пособие / Н.К. Верещагин, Н. К., А. Шень. – М.: МЦНМО, 2012.	http://www.mccme.ru/free-books/shen/shen-logic-part1-2.pdf	сеть Интернет; свободный доступ
Основная литература	Верещагин Н. К. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 3. Вычислимые функции. Учебное пособие / Н.К. Верещагин, Н. К., А. Шень – М.: МЦНМО, 2012.	http://www.mccme.ru/free-books/shen/shen-logic-part3-2.pdf	сеть Интернет; свободный доступ

6.3. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, используемое при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Вид ПО	Наименование ПО
Операционные системы	Windows 10 (подп. Azure Dev Tools for Teaching)
Офисные приложения.	Microsoft Office Professional 2007. лиц. 42661567

6.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Наименование	Ссылка на информационный ресурс
База данных научной электронной библиотеки (eLIBRARY.RU)	https://elibrary.ru/
Научная библиотека Пермского национального исследовательского политехнического университета	http://lib.pstu.ru/
Электронно-библиотечная система Лань	https://e.lanbook.com/
Электронно-библиотечная система IPRbooks	http://www.iprbookshop.ru/
Информационные ресурсы Сети КонсультантПлюс	http://www.consultant.ru/

7. Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине

Вид занятий	Наименование необходимого основного оборудования и технических средств обучения	Количество единиц
Лекция	Мультимедиа-проектор	1
Лекция	Ноутбук	1
Практическое занятие	Мультимедиа-проектор	1
Практическое занятие	Ноутбук	1

8. Фонд оценочных средств дисциплины

Описан в отдельном документе

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
**«Пермский национальный исследовательский политехнический
университет»**

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

(фонд оценочных средств)

для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

«Математическая логика и теория алгоритмов»

Приложение к рабочей программе дисциплины

Направление подготовки:	09.03.02 Информационные системы и технологии
Направленность (профиль) образовательной программы:	Цифровые технологии и интеллектуальные системы управления
Квалификация выпускника:	Бакалавр
Выпускающая кафедра:	Вычислительная математика, механика и биомеханика
Форма обучения:	Очная
Форма промежуточной аттестации:	Дифференцированный зачет

Оценочные материалы (фонд оценочных средств) для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине является частью (приложением) к рабочей программе дисциплины и устанавливает формы и процедуры текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.

1. Перечень контролируемых результатов обучения по дисциплине, объекты оценивания и виды контроля

Согласно РПД освоение учебного материала дисциплины запланировано в течение одного семестра (1-го семестра учебного плана) и разбито на 3 учебных модуля. В каждом модуле предусмотрены аудиторские лекционные и практические занятия, а также самостоятельная работа студентов. В рамках освоения учебного материала дисциплины формируются компоненты компетенций *знать, уметь, владеть*, указанные в РПД, которые выступают в качестве контролируемых результатов обучения по дисциплине.

Контроль результатов обучения имеет целью обеспечение максимальной эффективности учебного процесса, управление процессом формирования заданных компетенций обучаемых, повышение мотивации к учебе и предусматривает оценивание хода освоения дисциплины.

Контроль уровня усвоенных знаний, усвоенных умений и приобретенных владений осуществляется в рамках текущего и рубежного контроля. Итоговой оценкой достижения освоения дисциплинарных компетенций (результатов обучения по дисциплине) является промежуточная аттестация в виде дифференцированного зачета, проводимая с учётом результатов текущего и рубежного контроля.

Текущий контроль проводится непосредственно после прохождения каждой темы дисциплины.

Рубежный контроль проводится на следующей неделе после прохождения модуля дисциплины.

Промежуточная аттестация проводится на последнем занятии по дисциплине.

Виды контроля сведены в таблицу 1.1.

Таблица 1.1. Перечень контролируемых результатов обучения по дисциплине

Контролируемые результаты обучения по дисциплине (ЗУВы)	Вид контроля		
	Текущий	Рубежный	Промежуточная аттестация
	ТО / ПЗ	ИЗ	Диф. зачет
Усвоенные знания			
З.1 Знать основы современной математической теории разработки информационных технологий	ТО	ЗИЗ	ТВ
Освоенные умения			
У.1 Уметь ставить алгоритмическую задачу и эффективно определять выполнение требований, необходимые для ее решения	ЗПЗ	ЗИЗ	ПЗ
Приобретенные владения			
В.1 Владеть навыками математической постановки алгоритмически разрешимых задач, соответствующих актуальным требованиям в области информационных	ЗПЗ	ЗИЗ	ПЗ

систем и технологий			
---------------------	--	--	--

ТО – теоретический опрос; ЗПЗ – защита практического задания; ЗИЗ – защита индивидуального задания; ТВ – теоретический вопрос; ПЗ – практическое задание.

2. Методические материалы для осуществления контроля результатов обучения по дисциплине

2.1. Текущий контроль освоения заданных дисциплинарных частей компетенций

Текущий контроль усвоения материала проводится в форме теоретического опроса и защиты практических задач в рамках устного опроса студентов по каждой теме дисциплины. Всего предусмотрено 11 тем (модуль 1 – 4 темы, модуль 2 – 3 темы, модуль 3 – 4 темы). Результаты опроса по 5-балльной шкале оценивания заносятся в книжку преподавателя и учитываются в виде интегральной оценки при проведении промежуточной аттестации.

Теоретические вопросы соответствуют темам дисциплины, указанным в РПД.

Практические задачи соответствуют темам практических занятий, указанных в РПД.

Основным критерием уровня усвоения теоретического и практического материала дисциплины является успешность решения практических заданий. Теоретические вопросы задаются при необходимости уточнить уровень усвоения материала. Критерии и шкала оценивания уровня освоения дисциплинарных компетенций при защите практических заданий приведены в ФОС программы академического бакалавриата по направлению подготовки 09.03.02 – Информационные системы и технологии.

2.2. Рубежный контроль освоения заданных дисциплинарных частей компетенций

Рубежный контроль для комплексного оценивания усвоенных знаний, усвоенных умений и приобретенных владений дисциплинарных частей компетенций проводится в форме защиты индивидуальных заданий, составленных на основе задач, решаемых на практических занятиях. Всего запланировано три индивидуальных задания: по одному на каждый модуль дисциплины. Защита индивидуального задания проводится индивидуально каждым студентом.

Типовые задачи для индивидуального задания по первому модулю «Элементы дискретной математики»:

1. Каким количеством способов можно рассадить вокруг круглого стола 5 мужчин и 5 женщин так, чтобы никакие два лица одного пола не сидели рядом? (Рассадки, получаемые одна из другой поворотом вокруг стола, считать одинаковыми.).

2. Докажите методом математической индукции, что $5^n - 3^n + 2n$ делится на 4 для всех натуральных n .

3. Известно, что число n делится на 8 и на 18. Можно ли утверждать, что число n делится на 16? на 24? на 27? на 36?

4. Пусть множество A содержит m элементов, множество B – n элементов. Сколько существует различных отображений из A в B ?

Типовые задачи для индивидуального задания по второму модулю «Иерархия множеств»:

1. Пусть множества A и B счётны. Докажите, что их объединение счётно.
2. Докажите, что внутри любого интервала (a, b) есть рациональное число.
3. Счётно ли множество всех функций $f : A \rightarrow B$, если множество A конечно, B – счётно?

Типовые задачи для индивидуального задания по третьему модулю «Начала теории алгоритмов»:

1. Напишите программу машины Тьюринга, выполняющей следующее задание: прибавить единицу ко входу, заданному в двоичной системе счисления (например, $1101 \rightarrow 1110$, $111 \rightarrow 1000$).

2. Приведите алгоритм перечисления множества $\mathbb{N}^3 = \{(x, y, z) : x, y, z \in \mathbb{N}\}$.

3. Пусть множества A и B перечислимы. Докажите, что их пересечение перечислимо.

Критерии и шкала оценивания результатов защиты индивидуального задания приведены в ФОС программы академического бакалавриата по направлению подготовки 09.03.02 – Информационные системы и технологии.

2.3. Промежуточная аттестация (итоговый контроль)

Допуск к промежуточной аттестации осуществляется по результатам текущего и рубежного контроля. Условиями допуска являются успешная защита всех лабораторных работ и положительная интегральная оценка по результатам текущего и рубежного контроля.

Итоговый контроль проходит в форме дифференцированного зачета (в соответствии с требованиями учебных планов направлений подготовки).

Оценка за дифференцированный зачет по дисциплине выставляется на основе интегральных данных, полученных в течение семестра по итогам защит практических и индивидуальных заданий с учётом результатов текущего и рубежного контроля.

2.3.1. Процедура получения интегральной оценки и допуска к промежуточной аттестации

Оценка по дисциплине выставляется с учетом итогов проведенного текущего и рубежного контроля, которые обеспечивают необходимый уровень сформированности всех заявленных дисциплинарных компетенций.

Критерии выведения итоговой оценки промежуточной аттестации в виде дифференцированного зачета приведены в ФОС программы академического бакалавриата по направлению подготовки 09.03.02 – Информационные системы и технологии.

2.3.2. Процедура промежуточной аттестации с проведением аттестационного испытания

В отдельных случаях (например, в случае переаттестации дисциплины) промежуточная аттестация в виде дифференцированного зачета по дисциплине может проводиться с проведением аттестационного испытания. Аттестационное испытание содержит теоретические вопросы для проверки усвоенных знаний и практические задания для проверки усвоенных умений и приобретенных владений всех заявленных дисциплинарных компетенций.

Аттестационное испытание формируется из полного перечня теоретических вопросов и практических заданий, направленных на оценку освоения знаний, умений и навыков, которые формирует дисциплина, таким образом, чтобы в рамках аттестационного испытания, было возможно осуществить контроль уровня сформированности *всех* заявленных дисциплинарных компетенций.

Типовой вид аттестационного испытания для контроля усвоенных знаний, умений и навыков всех заявленных дисциплинарных компетенций и типовые вопросы и задания для дифференцированного зачета приводятся в приложении к настоящему документу.

В результате проведения дифференцированного зачета студенту выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно», которая заносится в зачетную ведомость и зачетную книжку студента (только если оценка положительная).

В ФОС программы академического бакалавриата по направлению подготовки 09.03.02 – Информационные системы и технологии приведены:

- шкала и критерии оценки результатов обучения для компонент *знать, уметь и владеть* при проведении аттестационного испытания;
- форма оценочного листа с примерами получения итоговой оценки уровня сформированности дисциплинарных компетенций в виде дифференцируемого зачета;
- критерии выведения итоговой оценки промежуточной аттестации в виде дифференцированного зачета.

В приложении приведены несколько типовых вариантов аттестационного испытания, которое проводится в отдельных случаях (например, в случае переаттестации дисциплины) для контроля усвоенных знаний, умений и навыков всех заявленных дисциплинарных компетенций (п. 2.3.2).

Вариант 1

1. Укажите все натуральные числа n , для которых $2^n > n^2$.
2. Сколько существует различных биекций из конечного множества, состоящего из n элементов, в себя?
3. Докажите, что множество бесконечных двоичных последовательностей, все цифры которых начиная с некоторой одинаковы (все нули или все единицы), счётно.
4. Приведите алгоритм перечисления множества пифагоровых троек

$$P = \{(x, y, z) \in \mathbb{N}^3 : x^2 + y^2 = z^2\}.$$

Вариант 2

1. Докажите, что $\sum_{k=0}^n C_n^k = 2^n$
2. Пусть $A \subseteq C$, $|A| = m$, $|C| = n$. Сколько существует таких множеств B , что $A \subseteq B \subseteq C$?
3. Напишите программу машины Тьюринга, выполняющей следующее задание: записать входное двоичное слово наоборот (например, на вход 110 вернуть 011).
4. Докажите, что: если множество $M \subseteq \mathbb{N}$ разрешимо, то само множество M и его дополнение перечислимы.

Вариант 3

1. Четыре студента купили 20 яблок. Каким количеством способов студенты могут разделить яблоки между собой? (Все яблоки равноценны: важно, кто из студентов сколько яблок получит, но неважно, каких именно.)
2. Докажите, что множество всех периодических (с некоторого момента) бесконечных двоичных последовательностей счётно.
3. Напишите программу машины Тьюринга, выполняющей следующее задание: удвоить двоичное слово (например, на вход 110 вернуть 110110).
4. Докажите, что если множество $M \subseteq \mathbb{N}$ и его дополнение перечислимы, то множество M разрешимо.

Вариант 4

1. Известно, что сумма любых шести из них делится на 5. Докажите, что каждое из них делится на 5.
2. Установите взаимно однозначное соответствие между множествами \mathbb{N} и \mathbb{Z}^2 .
3. Докажите, что множество всевозможных функций, действующих из \mathbb{N} в \mathbb{N} , несчётно.
4. Является ли перечислимым множество таких $(m, n) \in \mathbb{N}^2$, что числа m и n взаимно простые? Является ли это множество разрешимым?